

四川省 2023 年普通高校对口招生统一考试

数 学

本试题卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)。第Ⅰ卷 1—3 页,第Ⅱ卷 3—4 页,共 4 页。考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试题卷、草稿纸上答题无效。满分 150 分。考试时间 120 分钟。考试结束后,将本试题卷、答案卡和草稿纸一并交回。

第Ⅰ卷(共 60 分)

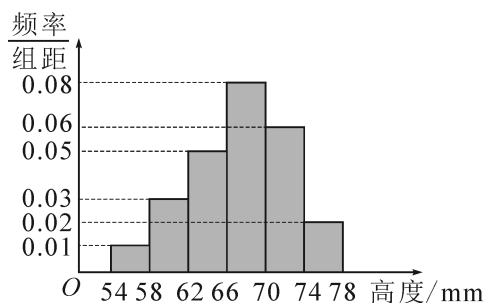
注意事项:

1. 必须使用 2B 铅笔在答题卡上将所选答案对应的标号涂黑。
2. 第Ⅰ卷共 1 大题,15 小题,每小题 4 分,共 60 分。

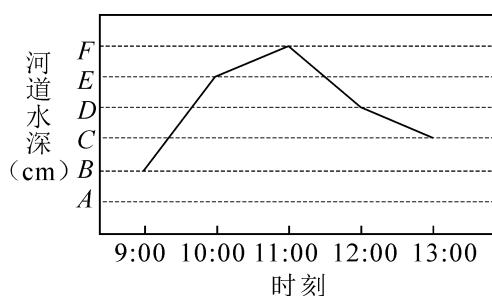
一、选择题:共 15 小题,每小题 4 分,共 60 分.在每小题列出的四个选项中,只有一个是符合题目要求的。

1. 设集合 $M = \{1, 2\}$, $N = \{0, 1, 2, 3\}$, 则 $M \cup N =$ ()
A. $\{0, 1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2, 3\}$
2. 函数 $f(x) = \sqrt{x-2} + 3^x - 5$ 的定义域是 ()
A. $(2, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $(-2, +\infty)$ D. $[-2, +\infty)$
3. 已知平面向量 $\mathbf{a} = (4, 3)$, $\mathbf{b} = (2, 1)$, 则 $2\mathbf{a} - \mathbf{b} =$ ()
A. $(3, 1)$ B. $(6, 5)$ C. $(8, 6)$ D. $(10, 7)$
4. 过点 $(2, 7)$ 且倾斜角为 $\frac{3\pi}{4}$ 的直线的方程是 ()
A. $y = -x + 5$ B. $y = x + 5$
C. $y = -x + 9$ D. $y = x + 9$
5. $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{2\pi}{3} =$ ()
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$
6. 函数 $y = \sin x \cos x + \pi$ 的最小正周期是 ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. π D. 2π
7. 不等式 $|x-1| < 3$ 的解集是 ()
A. $(-4, 2)$ B. $(-3, -1)$ C. $(-2, 4)$ D. $(1, 3)$

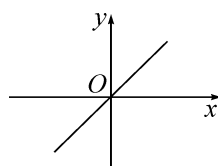
8. 某同学随机抽取 100 株麦苗测出其高度(单位: mm), 将所得结果分为 6 组: $[54, 58)$, $[58, 62)$, $[62, 66)$, $[66, 70)$, $[70, 74)$, $[74, 78]$, 并绘制出如图所示的频率分布直方图, 则高度不低于 70 mm 的株数为 ()



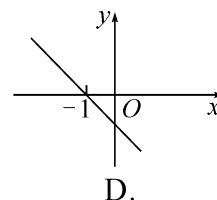
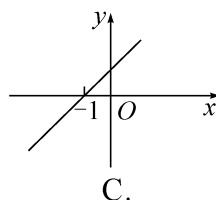
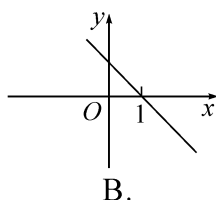
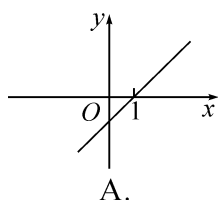
- A. 28 B. 32 C. 36 D. 40
9. 双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程是 ()
- A. $y = \pm \frac{3}{5}x$ B. $y = \pm \frac{4}{5}x$ C. $y = \pm \frac{5}{3}x$ D. $y = \pm \frac{5}{4}x$
10. 设 $10^m = 4$, $10^n = 25$, 其中 m, n 是正实数, 则 $m + n =$ ()
- A. 2 B. 4 C. 10 D. 25
11. 某水文监测站对一河道某处的水深每小时进行一次记录, 结果如图所示, B, C, D, E 为线段 AF 的等分点. 已知 9 点时河道水深为 160 cm, 从 11 点到 12 点河道水深减少了 10%, 则在 11 点时河道水深为 ()



- A. 164 cm B. 168 cm C. 180 cm D. 200 cm
12. 设 a, b, c, d 是实数, 则“ a, b, c, d 成等差数列”是“ $a + d = b + c$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
13. 已知函数 $y = f(x)$ 的部分图象如下图所示, 则函数 $y = -f(x-1)$ 的部分图象是 ()



第 13 题图



14. 设 α, β 是两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线, 则下列命题中的真命题是 ()
- A. 如果 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, m \parallel n$, 那么 $\alpha \parallel \beta$ B. 如果 $m \parallel n, n \subset \alpha$, 那么 $m \parallel \alpha$
- C. 如果 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$, 那么 $m \perp n$ D. 如果 $m \perp \alpha, m \subset \beta$, 那么 $\alpha \perp \beta$
15. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = \frac{a \cdot 5^x + a - 2}{5^x + 1}$ 是奇函数, 且 $f(p) > \frac{12}{13}$, 则实数 p 的取值范围是 ()
- A. $(-\infty, \frac{12}{13})$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(\frac{12}{13}, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

第 II 卷(共 90 分)

注意事项:

1. 必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答。作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚。
2. 第 II 卷共 2 大题, 11 小题, 共 90 分。

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

16. $(2x+1)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为 _____ (用数字作答).
17. 已知平面向量 a, b 满足 $|a|=3, a \cdot b=1$, 则 $a \cdot (a-2b) =$ _____.
18. 抛物线 $y = -x^2$ 上的点到直线 $4x+3y-6=0$ 距离的最小值是 _____.
19. 已知函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ 在 $[-\theta, \theta]$ 上单调递增, 则 θ 的最大值是 _____.
20. 甲、乙两人玩猜硬币游戏, 乙负责抛硬币, 甲在乙每次抛前进行猜测. 甲用数列 $\{a_n\}$ 记录自己每次的猜测情况, 若猜测第 k 次抛硬币出现正面记 $a_k=1$, 出现反面记 $a_k=-1$; 乙用数列 $\{b_n\}$ 记录每次抛硬币后实际出现的正反面结果, 当第 k 次抛硬币出现正面记 $b_k=1$, 出现反面记 $b_k=-1$. 他们进行 50 次游戏后, 乙统计并计算出 $a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_{50}b_{50} = 26$, 则甲猜对的次数为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

21. (本小题满分 10 分)

某高校羽毛球社团招募了 6 名新成员, 其中 2 名来自体育学院, 现从这 6 名新成员中随机选择 4 人参加校运动会比赛.

- (1) 设 M 为事件“选出的 4 人中恰有 2 人来自体育学院”, 求事件 M 发生的概率;
- (2) 设 ξ 为选出的 4 人中来自体育学院的人数, 求 ξ 的概率分布.

22. (本小题满分 12 分)

设 $\{a_n\}$ 是首项为 -10 的等差数列, 且 a_4+3, a_6, a_9-2 成等比数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

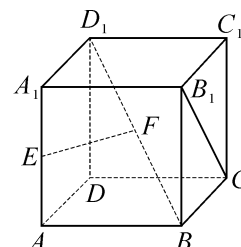
(2) 记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_n 的最小值.

23. (本小题满分 12 分)

如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 AA_1 的中点, F 为 BD_1 的中点.

(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 $ABCD$;

(2) 求异面直线 EF 与 B_1C 所成角的大小.



第 23 题图

24. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 满足 $a \sin 2B = \sqrt{3} b \sin(B+C)$.

(1) 求 B 的大小;

(2) 若 $c = \sqrt{3}(a-b)$, 证明: $\triangle ABC$ 为直角三角形.

25. (本小题满分 12 分)

设圆 $C: (x-x_0)^2 + y^2 = r^2$ ($x_0 < 0, r > 0$) 与直线 $x=1$ 相切, 且 C 被直线 $y=x+4$ 所截得的弦长为 $2\sqrt{7}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 若 C 与 $y=m|x|+3$ 有且只有 3 个公共点, 求实数 m 的值.

26. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 \log_3 \frac{m+1}{9m} - 2x \log_3 \frac{m}{m+1} + \log_3 \frac{(m+1)^3}{m^3}$.

(1) 若 $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$, 求 $f(1)$ 的最大值;

(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.